Шифр: А-24

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап

2018/2019
Ленинградская область

Район Выборгский

Школа МБОУ "СОШ №10"

Класс 9 Б

ФИО Лобанков Станислав

Игоревич

1	2	3	4	5	Σ
7	7	X	4	1	19

А-24

№9.1

$f(x)=x^2+b_1x+c_1=(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 ~~кор~~ корни кв. трёхч.

$g(x)=x^2+b_2x+c_2=(x-x_3)(x-x_4)$, где x_3 и x_4 корни кв. трёхч.

Составим и преобразуем систему:

$$\begin{cases}(1-x_1)(1-x_2)=(2-x_3)(2-x_4)\\(1-x_3)(1-x_4)=(2-x_1)(2-x_2)\end{cases}$$

$$\begin{cases}1-x_2-x_1+x_1x_2=4-2x_4-2x_3+x_3x_4\\1-x_4-x_3+x_3x_4=4-2x_2-2x_1+x_1x_2\end{cases}$$

$$\begin{cases}x_1x_2=4-2x_4-2x_3+x_3x_4+x_1+x_2-1\\x_1x_2=1-x_4-x_3+x_3x_4-4+2x_2+2x_1\end{cases}$$

Вычтем одно выражение из другого

$$0=-3+x_4+x_3-3+x_1+x_2$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4=6$$

Ответ: 6

№9.2

Тот, кто сказал, что его число меньше одного — лжец. Т.к если у него число <1, то тогда оно не может быть больше 1 и чисел больших 1.

Тот, кто сказал, что его число меньше 2 — лжец. Т.к если у него число <2, то тогда максимально большое целое число, которое у него может быть это 1, но оно не больше 1 и более больших чисел.

~~Все остальные говорят правду и они~~
Все остальные смогут сказать правду и они могут быть рыцарями

$$\overset{\Lambda}{} \quad \overset{\Lambda}{}$$
$$\underset{\bar 3}{2}\ \underset{\bar 4}{3}\ \underset{\bar 5}{4}\ \underset{\bar 6}{5}\ \underset{\bar 7}{6}\ \underset{\bar 8}{7}\ \underset{\bar 9}{8}\ \underset{\bar{10}}{9}\ \underset{\bar 1}{\overset{\Lambda}{2}}\ \underset{\bar 2}{\overset{\Lambda}{3}}$$

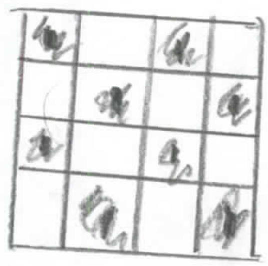
Вот один ~~из~~ из примеров, где Λ — лжецы, а цифры с верхнем подчеркиванием, порядок в котором они выступали второй раз

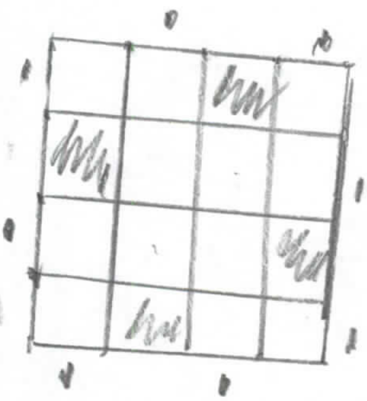
Ответ: 8

~~№ 9.4~~

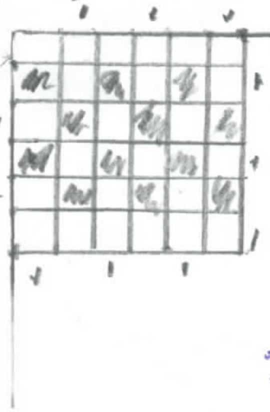
№ 9.5

Рассмотрим пример с кубом ~~4 на 4~~ 4·4·4
На боковых сторонах раскрасим клетки в шахматном порядке, т.к это самый лучший способ
Рассм. верх и низ куба
Черными точками отметим рядом стоящие закрашенные клетки
Самый хороший способ это закрасить клетки стоящие между двух точек





Рассмотрим верх куба 6·6·6
Можно сделать тоже самое, что у куба 4·4,
Но лучше сделать шахматный порядок, без двух противоположных строк

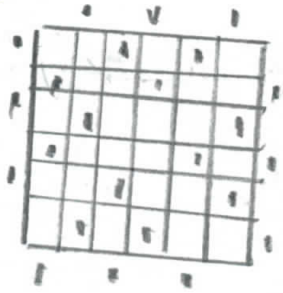


Тогда у куба 1000·1000·1000, Максимум можно закрасить

$$\frac{4\cdot1000\cdot1000}{2} + \left(\frac{1000\cdot1000}{2} - 2000\right)\cdot 2 =$$

$$= 2\cdot1000\cdot1000 + 1000\cdot1000 - 4000 =$$

$$= 2\,000\,000 + 1\,000\,000 - 4000 = 2\,996\,000$$



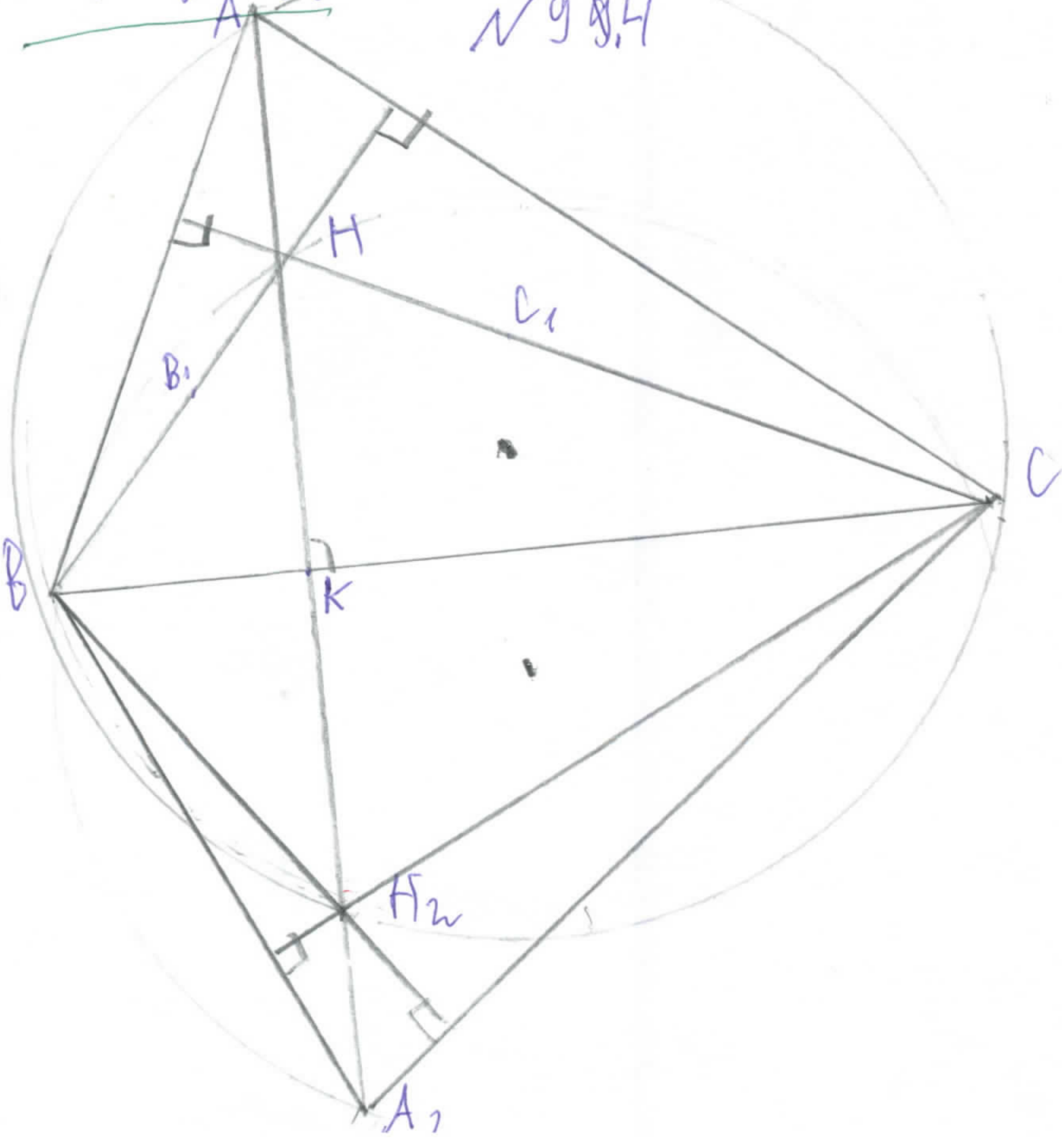
Но если ставить в промежутки, тогда получиться 249 пар в сумме образующих 500, и одна 250

$$\frac{4\cdot1000\cdot1000}{2} + (249\cdot500+250)\cdot4\cdot2 = 2998000$$

Этот способ оказался лучше

Ответ: 2998000

№ 99.4



Отзеркалим $\triangle ABC$ по оси ~~AC~~ BC
Тогда окружность Г пересекает точку H_2
Зн-т, кратчайшее расстояние ~~до~~ от H до BC равно
~~а~~ кратчайшему расстоянию от этой точки до окр. Г.

~~Зн-т, а~~ Т.к $H \in$ окр ω, а наим. возможный радиус ω равен HK

Зн-т, ω касается окр. Г ч.т.д.

6	7	8	9	10	Σ
6	0	×	0	×	6

А-24

№ 6

$100+n$; $100+n+1$; $100+n+2$; $100+n+3$

Возьмём 3 числа, сумма которых точно делилась на 3

$(100+n)+(100+n+1)+(100+n+2)=303+3n=3(101+n)$

$(100+n+1)+(100+n+2)+(100+n+3)=306+3n=3(102+n)$

~~Ода~~ Тогда одно из трёх различных чисел $(a;b;c)$ это 3

Зн-т, произведение двух других (b и c)

$bc=101+n$ или $bc=102+n$

Заметим, что $101+n$ и $102+n$ это последовательные числа, которые второе и третье данные нам числа

Зн-т, одно из них делится на 2

$\Rightarrow b=2$

Значит, $b=\frac{101+n}{2}$ или $b=\frac{102+n}{2}$ в зависимости от четности и нечетности n, так чтобы b было целым числом

Например: 101; 102; 103; 104

$101+102+103=2\cdot3\cdot\frac{102}{2}$

$306=2\cdot3\cdot51$

Вывод: Из четырёх последовательных, больших 100, натуральных чисел, всегда можно выбрать три числа, сумма которых представляется в произведение трёх различных натуральных чисел, больших 1.

№ 9

Рассм. два случая $n \vdots 2$ и $n \not\vdots 2$

Начнем с $n \vdots 2$, тогда что бы разбить на разноцвет. мног. на треугольники, нужно что бы каждый четный угол был другого цвета с рядом стоящим четным углом, или что бы то же самое было у не четных.
Все остальные углы могут быть в любом цвете
Тогда кол-во способов равно $2 \cdot 2 \cdot 2^{\frac{n}{2}}$, но может совпадать раскраска для мног с четными углами с расскраской для нечет. угл.
Зн-т кол-во способов в два раза меньше и равно $2 \cdot 2^{\frac{n}{2}}$.
При $n \not\vdots 2$, кол-во способов ~~раставить~~ разукрасить углы без диаг., будет на один меньше, тоесть $2^{\frac{n-1}{2}}$
Зн-т, кол-во способов для $n \not\vdots 2$ будет $2 \cdot 2^{\frac{n-1}{2}}$
Ответ: для n-четного $2 \cdot 2^{\frac{n}{2}}$, для n не четного $2 \cdot 2^{\frac{n-1}{2}}$

~~№10~~

~~Пети~~ Васи ~~, что бы правильно играть нужно брать наиб. числа из Ва Петиного списка, т.к произведение больших чисел, будет меньше произвед. других чисел, А Пети надо сделать, так что бы Вася не смог выиграть~~

№7

Не может, т.к это противоречит теории графов

№ 98

№ 8

A-24

~~ABCO - вписаный четырёхуг,~~
~~Тогда центр. опис. окр. лежит в O~~
Докажем, что H и M одна точка